

Landskeppni í eðlisfræði 2026 (Lausnir)

- **Leyfileg hjálpargögn:** Reiknivél sem geymir ekki texta.
- Verkefnið er í tveimur hlutum og er samtals 100 stig. Gætið þess að lesa leiðbeiningar vel.
- Fyrsti hlutinn (60 stig) samanstendur af 15 krossaspurningum sem veða 4 stig hver.
- Annar hlutinn (40 stig) samanstendur af 4 skriflegum spurningum.
- **Athugið að ekki er dregið niður fyrir röng svör.**

Nafn: _____

Kennitala: _____

Skóli: _____

Sími: _____

Netfang: _____

Heimilisfang: _____

Hvenær lýkur þú stúdentsprófi: _____

Þekktir fastar

Nafn	Tákn	Gildi
Hraði ljóss í tómarúmi	c	$3,00 \cdot 10^8$ m/s
Segulsvörunarstuðull tómarúms	μ_0	$1,26 \cdot 10^{-6}$ N/A ²
Rafsvörunarstuðull tómarúms	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m
Coulombs fastinn	k_e	$8,99 \cdot 10^9$ N m ² /C ²
Grunnhleðslan	e	$1,60 \cdot 10^{-19}$ C
Massi rafeindar	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31}$ kg
Massi róteindar	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27}$ kg
Avogadrosar talan	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ 1/mól
Gasfastinn	R	$8,31$ J/(K mól)
Stefan-Boltzmann fastinn	σ	$5,67 \cdot 10^{-8}$ W/(m ² K ⁴)
Þyngdarhröðun við yfirborð jarðar	g	$9,82$ m/s ²
Þyngdarlögmálsfastinn	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ m ³ /(kg s ²)
Planck fastinn	\hbar	$1,05 \cdot 10^{-34}$ J s
Boltzmann fastinn	k_B	$1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K

1. Magnús sofnar undir stýri og lendir í árekstri við risastóran rafmagnskassa (sem haggast ekki) þar sem hann stöðvast. Framendi bílsins krumpast saman um $d = 0,60$ m. Ef Magnús var að keyra á $72 \frac{\text{km}}{\text{klst}}$ hver er meðalhröðun hans í árekstrinum?

- A. -330 m/s^2
 B. -200 m/s^2
 C. -100 m/s^2
 D. -70 m/s^2
 E. $-9,8 \text{ m/s}^2$

Lausn:

$$v^2 = 2ad + v_0^2$$

$$0 = 2 \times 0.6a + \left(72 \frac{\text{km}}{\text{klst}} \times \frac{1000\text{m}}{\text{km}} \times \frac{\text{klst}}{\text{s}} \right)^2$$

$$a = - \left(\frac{72}{3.6} \right)^2 \times \frac{1}{2 \times 0.6} = -333.3 \text{ m/s}^2$$

Tveir markverðir stafir gefa -330 m/s^2 .

2. Lengdarbaugurinn sem liggur frá suðurpól til norðurpóls í gegnum Greenwich hefur lengdina 20.000 km. Lengdarbaugnum er skipt jafnt í 180 gráður, 90 á norðurhveli og 90 á suðurhveli. Hverri gráðu er síðan skipt í 60 jafna hluta sem nefnast bogamínútur. Sjómíla er skilgreind sem lengd einnar bogamínútu á þessum lengdarbaug. Hver er lengd einnar sjómílu?

- A. 1,67 km
 B. 1,75 km
 C. 1,85 km
 D. 1,94 km
 E. 2,10 km

Lausn:

$$\frac{20.000\text{km}}{180} \frac{1}{60} = 1.85\text{km}$$

3. Hiero konugur bað Archimedes eitt sinn að finna rúmmál kórónu. Þetta er flókið mál en Archimedes ákveður að nota sívalningslaga fötu með geisla $R = 18$ cm fyllta til brúnar af vatni. Hann dýfir kórónunni ofan í fötuna og við það sullast vatn yfir brúnir hennar. Svo tekur hann kórónuna upp úr og mælir að vatnsborðið hefur lækkað um $\Delta h = 1$ cm. Hvert er rúmmál kórónunar?

- A. $0,001 \text{ m}^3$
 B. 200 cm^3

- C. $0,0006 \text{ m}^3$
 D. 50 cm^3
 E. 500 cm^3

Lausn:

$$V = \pi R^2 \Delta h = \pi \times 0.18^2 \times 0.01 = 0.001\text{m}^3$$

4. Júlli sundmaður treður marvaða (heldur sér á floti) í Laugarvatni. Júlli er 83 kg og við nálgum lögun hans sem sívalning með geislann $R = 12$ cm og hæðina $h = 187$ cm. Eðlismassi vatns er $\rho = 1.000 \text{ kg/m}^3$. Ef að sundtökin búa til að kraftinn $F = 50 \text{ N}$ upp á við. Hvað stendur kollur Júlla þá hátt upp úr vatninu?

- A. 5 cm
 B. 10 cm
 C. 15 cm
 D. 20 cm
 E. 25 cm

Lausn: Summa krafta gefur:

$$F_g = F + F_{flot}$$

$$mg = 50 + \rho Vg$$

$$mg = 50 + \rho \pi R^2 h_1 g$$

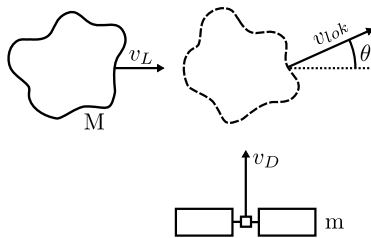
Þar sem h_1 er hæð Júlla undir vatni, fáum þá

$$h_1 = \frac{mg - 50}{\rho \pi R^2 g} = 1.72\text{m}$$

$$\Rightarrow \text{Hæð upp úr vatni} = 187 - 172 = 14.8\text{cm}$$

5. Þann 26. september árið 2022 skall DART gervitunglið á loftsteininum Dimorphos. Markmiðið var að breyta sporbraut loftsteinsins. Dimorphos hefur massann $M = 10^8$ kg og ferðast beint til hægri með hraðanum $v_L = 1700$ m/s. DART hefur massan $m = 600$ kg og ferðast beint upp með hraðanum $v_D = 50.000$ m/s. Við áreksturinn límast þeir saman. Hversu mikið breytist stefna Dimorphos við áreksturinn? Gefið upp svarið í bogasekúndum, þar sem $1'' = \frac{1}{3600}^\circ$.

- A. $16''$
 B. $26''$
 C. $36''$
 D. $46''$
 E. $56''$



Lausn: Skriðþungar eru vektorar og því fæst

$$\vec{p}_l + \vec{p}_D = \vec{p}_{lok}$$

$$M \begin{pmatrix} v_l \\ 0 \end{pmatrix} + m \begin{pmatrix} 0 \\ v_D \end{pmatrix} = \vec{p}_{lok}$$

Hornið á \vec{p}_{lok} miðað við x-ás er þá:

$$\theta = \arctan\left(\frac{mv_D}{Mv_l}\right) = 0.01$$

$$0.01 \times 3600 = 36''$$

6. Vagni með massann m er komið fyrir efst á öðrum vagni í hæð h_0 sem hefur massann M . Nú er vagni m sleppt úr kyrrstöðu og hann rúllar niður á slétta hluta vagns M . Enginn núningur er í kerfinu. Hver verður hraði minni vagnsins v_m þegar hann er kominn niður á jafnsléttu?

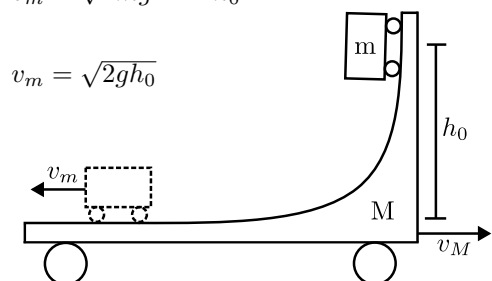
A. $v_m = \sqrt{\frac{2gh_0}{M+m}}$

B. $v_m = \sqrt{\frac{2gh_0}{1+\frac{m}{M}}}$

C. $v_m = \sqrt{2gh_0 - v_m^2}$

D. $v_m = \sqrt{2mg - Mh_0}$

E. $v_m = \sqrt{2gh_0}$



Lausn: Höfum varðveislu skriðþunga:

$$mv_m + Mv_M = 0$$

$$\Rightarrow v_M = \frac{-mv_m}{M}$$

Og varðveisla orku:

$$mgh_0 = \frac{1}{2}mv_m^2 + \frac{1}{2}Mv_M^2$$

$$\Rightarrow 2gh_0 = v_m^2 + \frac{M}{m} \left(\frac{-mv_m}{M}\right)^2$$

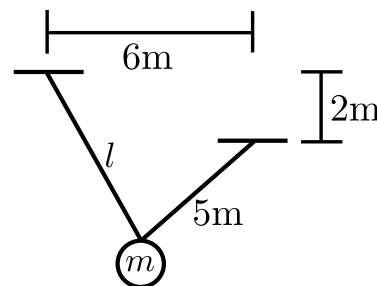
$$2gh_0 = v_m^2 + \frac{mv_m^2}{M}$$

$$2gh_0 = v_m^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right)$$

$$v_m = \sqrt{\frac{2gh_0}{1 + \frac{m}{M}}}$$

7. Hvaða lengd l þarf vinstra bandið að hafa þannig að kúlan hangi mitt á milli pallana sem hún er hengd í?

- A. 5,1 m
B. 5,8 m
C. 3,0 m
D. 4,1 m
E. 4,7 m



Lausn:

$$5^2 = 3^2 + h^2$$

$$\Rightarrow h = 4$$

höfum einnig að

$$3^2 + (2+h)^2 = l^2$$

$$\Rightarrow l = \sqrt{45} = 6,7 \text{ m}$$

Gæti verið villa í lausnarkrossum hér líka!

8. Maggi Hjólari hjólar upp Kambana á jöfnum hraða. Hann er á mjög dýru hjóli þannig það er enginn núningur í kerfinu. Hann hjólar með aflinu $P = 300 \text{ W}$. Kambarnir eru 230 m á hæð og meðalhallin í þeim er 3° . Hvað er Maggi lengi upp Kambana ef hann og hjólið eru samtals 80 kg?

- A. 10 min

B. 12 min

C. 13 min

D. 14 min

E. 16 min

Lausn:

$$P = \frac{mgh}{t}$$
$$t = \frac{mgh}{P} = 602s$$
$$602s = 10 \text{ min}$$

Lausn: Finnum heildar tímann fyrir hvern að hlaupa alla 50 metrana. Með breytilegri hröðun:

$$v_{lok} = a_G t_G$$

$$\Rightarrow t_G = 4s$$

$$v_{lok} = a_P t_P$$

$$\Rightarrow t_P = 5s$$

Og með fastri hröðun (byrjum á að finna vegalengdina sem þeir fara á lokahraðanum):

$$s_g = 50 - \frac{1}{2} a_G t_G^2 = 30 \text{ m}$$

$$s_P = 50 - \frac{1}{2} a_P t_P^2 = 25 \text{ m}$$

$$\Rightarrow t_{G,2} = \frac{s_G}{v_{lok}} = 3s$$

$$\Rightarrow t_{P,2} = \frac{s_P}{v_{lok}} = 2.5s$$

Því fæst tímamismunurinn

$$T = t_P + t_{P,2} - (t_G + t_{G,2}) = 7.5 - 7 = 0.5s$$

9. Georg og Páll fara í 50 metra langt spretthlaup. Þegar þeir fara af stað hefur Georg hröðunina $2,5 \text{ m/s}^2$ og Finnur hefur hröðunina $2,0 \text{ m/s}^2$. Þeir hafa sama hámarkshraðann $v_{lok} = 10 \text{ m/s}$. Ef þeir leggja af stað á sama tíma $t = 0$ hversu mikið fljótari verður Georg en Finnur í mark?

A. 1,5 s

B. 1,0 s

C. 0,55 s

D. 0,25 s

E. 0,75 s

10. Tveir nákvæmlega eins gormar eru fyrst hliðtengdir (samsíða) og halda uppi lóði. Þá lengjast gormarnir um 7,8 cm frá jafnvægisstöðu. Nú eru sömu gormar raðtengdir (í röð) og halda uppi sama lóði. Hve langt frá jafnvægisstöðu lengist hvor gormur í þessari uppsetningu?

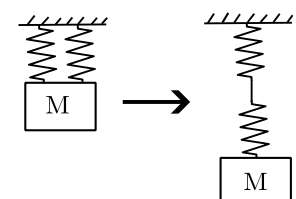
A. 23,4 cm

B. 15,6 cm

C. 7,8 cm

D. 10,3 cm

E. 12,7 cm



Lausn: Í fyrra tilviki er hver gormur að taka helminginn af þyngdarkraftinum en í seinna tilvikinu eru báðir gormarnir að taka allan þyngdarkraftin því er

$$\begin{aligned} \text{fyrri tilvik: } \frac{1}{2}mg &= 7.8k \\ \Rightarrow mg &= 15.6k \\ \text{seinna tilvik: } mg &= kx \\ \Rightarrow (\text{notum fyrri tilvik}) 15.6k &= kx \\ \Rightarrow x &= 15.6 \text{ cm} \end{aligned}$$

11. Finnur er að keyra með súpupott í skottinu á bíl. Súpan er í stórum potti með geislann $R = 15 \text{ cm}$. Nú bremsar Finnur með hröðuninni $a = -2,0 \text{ m/s}^2$ í langan tíma. Hversu mikið hækkar yfirborð súpunnar (í annari hliðinni) þegar það er búið að ná jafnvægi?

- A. 1 cm
B. 6 cm
C. 8 cm
D. 9 cm
E. 10 cm

Lausn: Hugsum afhverju vökvi er flatur? Plan vökvans vill vera hornréttur á \bar{g} ef engin annar kraftur er. Því ef bætt er við öðrum krafti þá er vökvinn hornréttur á heildarkraftinn \bar{F}_{total} .

$$\begin{aligned} \bar{g} + \bar{a} &= \bar{F}_{total} \\ \angle \bar{F}_{total} &= \arctan\left(\frac{g}{a}\right) = 78.49^\circ \text{ (undir x-ás)} \\ \text{hornrétt á: } 90^\circ - 78.49^\circ &= 11.51^\circ \\ \tan(11.51) &= \frac{h}{R} \\ \Rightarrow h &= 3.05 \text{ cm} \end{aligned}$$

ATH! villa er í valmöguleikunum

12. Klaki er settur á disk sem stendur á borði. Hvert af eftirfarandi atriðum hefur áhrif á bráðnunarhraða klakans? 1) efniseiginleikar disksins 2) hitastig borðsins 3) yfirborðsflatarmál klakans 4) upphafshitastig klakans.

- A. 1 og 3
B. 2 og 4
C. 2, 3 og 4

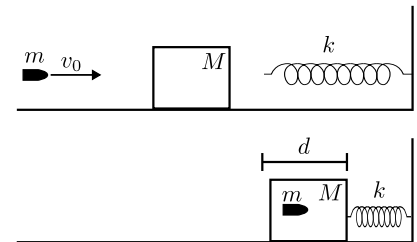
D. 1, 2 og 4

E. 1, 2, 3 og 4

Lausn: Allt hefur áhrif á bráðnunarhraða klakans.

13. Byssukúlu af massa $m = 0.01 \text{ kg}$ er skotið með hraðanum $v_0 = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ í átt að kyrrstæðum kassa með massann $M = 1 \text{ kg}$ og festist inni í honum. Svo lendir kassinn á gormi með gormstuðul $k = 72 \frac{\text{N}}{\text{m}}$. Hver verður mesta samþjöppun gormsins d ?

- A. 7 cm
B. 14 cm
C. 20 cm
D. 29 cm
E. 35 cm



Lausn:

$$\begin{aligned} \text{skriðþungavarðveisla: } mv_0 &= (m + M)v \\ \Rightarrow v &= 2.970 \text{ m/s} \\ \text{orku varðveisla: } \frac{1}{2}(m + M)v^2 &= \frac{1}{2}kx^2 \\ \Rightarrow x &= v\sqrt{\frac{m + M}{k}} = 0.3518 \text{ m} \approx 35 \text{ cm} \end{aligned}$$

14. Tvær nákvæmlega eins kúlur með sömu rafhleðsluna fljóta í geimnum, massi hvarrar kúlu er 100 kg. Upphaflega eru miðjur kúlanna í 10 cm fjarlægð frá hvorri annari. Hver þarf hleðsla kúlanna að vera til þess að þær haldist í fastri fjarlægð frá hvor annarri?

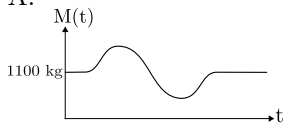
- A. 5,14 mC
B. 8,61 μC
C. 5,14 μC
D. 8,61 nC
E. 5,14 nC

Lausn:

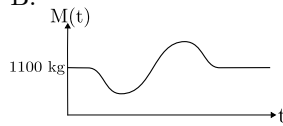
$$\frac{Gm_1m_2}{r^2} = k \frac{q_1q_2}{r^2}$$
$$\Rightarrow q = \sqrt{\frac{Gm^2}{k}} = 8.61 \text{ nC}$$

15. Vörubíll með massa 1000 kg stendur kyrr á vigt. Inni í honum er dróni með massann 100 kg. Í upphafi er slökkt á drónanum. Síðan er kveikt á honum og hann byrjar að lyfta sér upp þar til hann svífur kyrr í loftinu inni í bílnum. Hvert af eftirfarandi gröfum lýsir best þyngdinni, $M(t)$, sem vigtin sýnir sem fall af tíma?

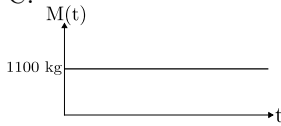
A.



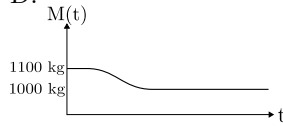
B.



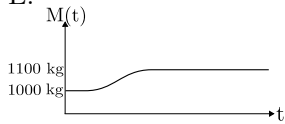
C.



D.



E.



Lausn: A er rétta svarið. Bíllinn er lokað kerfi svo til þess að dróninn fær hröðun upp á við ýtir loftið niður á bílinn og þegar hann hægir síðan á sér til að enda kyrr þá er hann með negatívska hröðun og því léttist bílinn.

Apollo 11 tunglferðin (15 stig)

Apollo 11 leiðangurinn, þar sem Neil Armstrong, Buzz Aldrin og Michael Collins ferðuðust til tunglsins árið 1969, er einn frægasti atburður mankynssögunnar. Í ferðinni skildu geimfararnir eftir spegil á yfirborði tunglsins sem gerir okkur kleift að mæla fjarlægð tunglsins frá jörðinni með mikilli nákvæmni.

- (a) (2 stig) Þegar leisigeisla er beint að tunglinu mælist tíminn þar til endurkastið berst aftur til jarðar sem 2,56 s. Hver er vegalengdin milli jarðar og tunglsins? Hraði ljóss í tómarúmi er $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s.
- (b) (3 stig) Gráðubogi sýnir að tunglið taki upp $0,53^\circ$ horn á næturhimninum. Hver er geisli tunglsins?
- (c) (2 stig) Tunglið hefur einsleitana eðlismassa $\rho = 3340$ kg/m³. Hver er massi tunglsins?
- (d) (8 stig) Á meðan Neil Armstrong og Buzz Aldrin dvöldu á yfirborði tunglsins stýrði þriðji geimfari Apollo 11 ferðarinnar, Michael Collins, stjórnbúnaði leiðangursins á sporbraut um tunglið í um 100 km hæð yfir yfirborði þess. Armstrong og Aldrin voru alls í 21 klst og 36 mínútur á yfirborðinu. Hversu marga hringi flaug Michael Collins í kringum tunglið á þessum tíma?

Lausn:

a)

$$s = vt \Rightarrow 2d = ct \Rightarrow d = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 2.56}{2} = 384.000 \text{ km.}$$

b)

$$\tan \theta = \frac{T}{d} \Rightarrow T = d \cdot \tan \theta = 3552,2 \text{ km} \Rightarrow R = T/2 = 1776 \text{ km}$$

c)

$$M = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = 7,84 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

d)

$$G \frac{Mm}{r^2} = F_g = F_{cent} = m\omega^2 r \Rightarrow \omega = \sqrt{G \frac{M}{r^3}} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

$$T_{tot} = 21 \cdot 3600 + 36 \cdot 60 = 77.760 \text{ s}$$

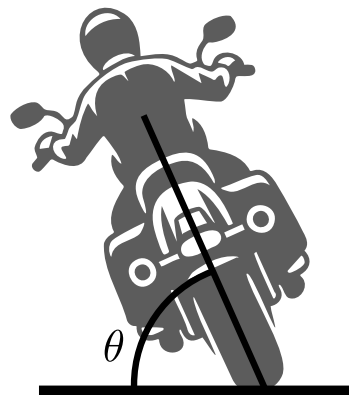
$$N = \frac{T_{tot}}{T} = 77.760 \text{ s} \cdot \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{GM}{(R+h)^3}} = 11.02 \approx 11 \text{ hringir}$$

ATH. margar leiðir til að komast að niðurstöðunni í d) lið, þmt. nota kepler beint, og finna hraða og ummál sporbrautar

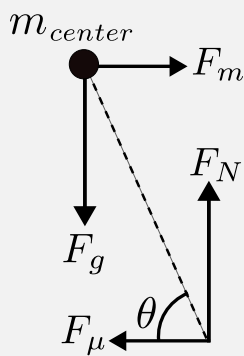
Mótorhjól í hringtorgi (10 stig)

Sigga mótorhjólakappi þarf að halla mótorhjólinu sínu um horn θ til að halda jafnri hringhreyfingu með hraðanum v í hringtorgi sem hefur geislann r .

- (a) (4 stig) Teiknið kraftamynd og skrifið niður tilheyrandi kraftajöfnur.
- (b) (3 stig) Skrifið niður kraftvægisjöfnu um massamiðjuna.
Gerið ráð fyrir að massamiðja mótorhjólsins liggja á samhverfuás þess.
- (c) (3 stig) Ákvarðið hornið θ sem fall af gefnu stærðunum, r , θ og v .



Lausn: a)



Þar sem:

$$F_g = mg = F_N$$
$$F_m = m \frac{v^2}{r} = F_\mu$$

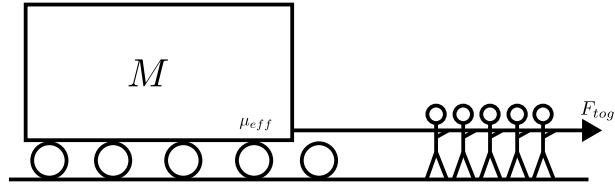
b-c) Um massamiðjunna er heildar kraftvægið 0:

$$F_\mu l \sin(\theta) - F_N l \sin(90 - \theta) = 0$$
$$\Rightarrow F_\mu \sin(\theta) = F_N \cos(\theta)$$
$$\Rightarrow m \frac{v^2}{r} \sin(\theta) = mg \cos(\theta)$$
$$\Rightarrow \tan(\theta) = \frac{gr}{v^2}$$
$$\Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{gr}{v^2}\right)$$

Að byggja pýramíða (15 stig)

Að flytja steina (5 stig)

Þyngstu steinarnir í Pýramídanum mikla í Gísa eru um 70 tonn. Kenningar eru á lofti um að einhverjir þeirra hafi verið fluttir með því að leggja planka á sandinn í eyðimörkinni og láta svo trjádrumba á milli steinanna og plankanna til að lágmarka núningin. Gerum ráð fyrir að með þessari aðferð sé virkur núningstuðull milli steinsins og yfirborðsins $\mu_{\text{eff}} = 0,02$. Hver þræll gat að meðaltali dregið með 300 N krafti. Talið er að granítið í þessum steinum hafi verið flutt úr námu í um 800 km fjarlægð frá pýramídanum.



- (2 stig) Hve marga þræla hefur þurft til að draga einn svona stein með jöfnum hraða?
- (3 stig) Ef gert er ráð fyrir að steinarnir hafi verið dregnir með föstum hraða alla leiðina, og að í hverju kíló af brauði séu 2605 kcal = 10.900 kJ, hversu mörg kíló af brauði hefðu þrælarnir þurft að borða til að flytja slíkan stein án þess að léttast?

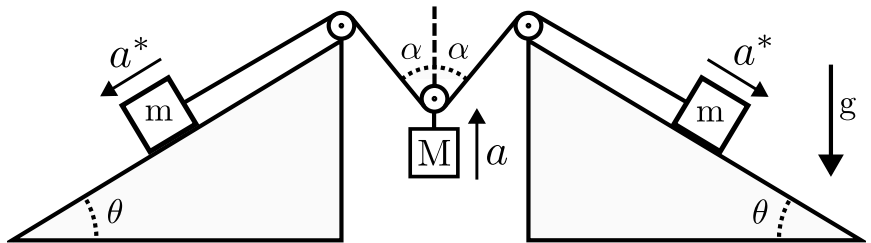
Lausn:

$$\text{a) } F_{\text{tog}} = F_{\text{nn}} \Rightarrow \mu Mg = N \cdot 300 \Rightarrow N = \frac{\mu Mg}{300} = 45,73 \approx 46 \text{ menn}$$

$$\text{b) } W_{\text{nn}} = m_b \cdot E_b \Rightarrow F_{\text{nn}} \cdot d = m_b \cdot E_b \Rightarrow M = \frac{\mu Mgd}{E_b} = 1006 \text{ kg} \approx 1 \text{ tonn} \Rightarrow 22 \text{ kg á mann}$$

Að hýfa steina (10 stig)

Þegar steinarnir komu svo að byggingarsvæðinu þurfti að koma þeim upp í háar hæðir. hér er tillaga að kranakerfi sem hefði verið hægt að nota til þess. Tveimur kössum er komið fyrir ofarlega á sitthvoru núninglausu skábrettinu og sá þriðji er tengdur við þá með reipi og trissum. Kassarnir eru þannig gerðir að $m = 2M$. Nú er kerfinu sleppt úr nákvæmlega stöðunni sem sést á myndinni. Hver verður hröðun kassans í miðjunni í því augnabliki? Táknið hröðunina, a , sem fall af M, m, g, α og/eða θ .



Lausn: Athugum að $a = a^* \cdot \cos \alpha$

Skodum miðju kassann $Ma = 2F_{\text{tog}} \cos \alpha - Mg$

skodum hægri kassann en litlu kassarnir hegða sér báðir eins $ma^* = mg \sin \theta - F_{\text{tog}}$

Sameinum þessar jöfnur til að finna a

$$F_{\text{tog}} = mg \sin \theta - ma^* = mg \sin \theta - ma \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\Rightarrow Ma = 2(mg \sin \theta - ma \frac{1}{\cos \alpha}) \cos \alpha - Mg$$

$$\Rightarrow Ma + 2ma = 2mg \sin \theta \cos \alpha - Mg$$

$$\Rightarrow a = \frac{2mg \sin \theta \cos \alpha - Mg}{M + 2m}$$