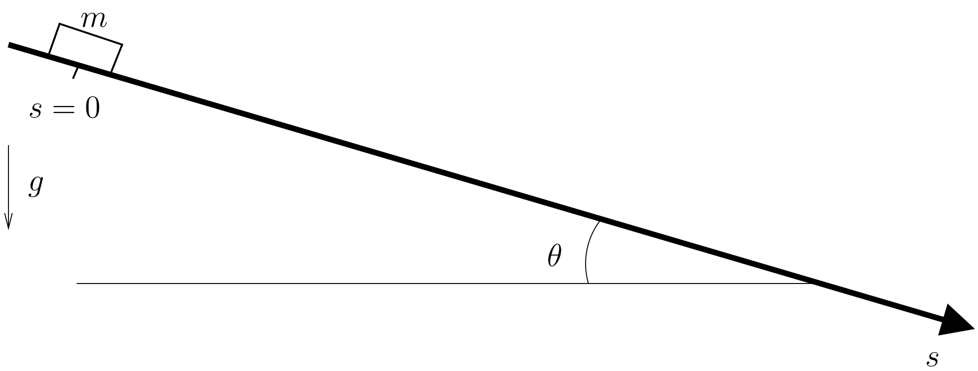
Landskeppnin í eðlisfræði 2005
úrslitakeppni - fræðilegur hluti

5. mars 2004, fyrir hádegi. Leyfilegur tími er 180 mínútur.

Almennar leiðbeiningar

1. Opnaðu ekki verkefnaheftið fyrr en þér er sagt að gera það.
2. Einu leyfilegu hjálpargögnin eru óforritanlegar reiknivélar.
3. Verkefnunum skal svarað á sérstök svarblöð, ekki í verkefnaheftið. Merktu svarblöðin samkvæmt leiðbeiningum sem gefnar verða á töflu. Ef svarblöðin duga ekki má biðja um fleiri slík. Ekki verður farið yfir rissblöð.
4. Verkefnin eru alls sex og vægi hvers dæmis er 10 stig.
5. Ekki er endilega gert ráð fyrir að neinn keppandi geti svarað öllum verkefnunum. Þó að þú svarir aðeins hluta verkefnanna, getur árangur vel verið góður. Sum verkefnin eru mjög erfið.
6. Verkefnin eru öll í nokkrum liðum. Ef einhverjum lið er svarað rangt og svarið notað í síðari liðum verður ekki dregið frá í seinni liðum svo framarlega sem útreikningarnir eru réttir.

1 Kubbur á hrjúfri skábraut



Kubbur með massann m rennur niður skábraut sem myndar hornið θ við lárétt. Núningstuðull μ milli brautar og kubbs eykst eftir því sem neðar dregur og er honum lýst með

$$\mu = \alpha s, \tag{1}$$

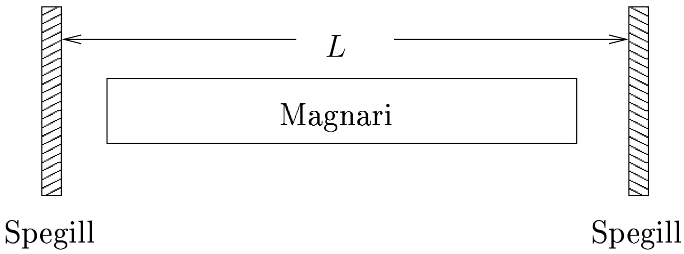
þar sem α er fasti og s er mælt eftir brautinni. Kubburinn er kyrrstæður í $s = 0$ í upphafi.

(a) Rissið upp mynd af þeim kröftum sem verka á kubbinn og merkið þá greinilega. Skrifið niður stærð sérhvers krafts og notið eingöngu til þess stærðirnar sem gefnar eru hér að ofan.

(b) Rissið upp graf sem sýnir stærð núningskraftsins sem fall af fjarlægð niður skábrautina. Finnið hversu mikil vinna er unnin af kraftinum sem fall af s.

(c) Hversu langt kemst kubburinn niður skábrautina áður en hann stöðvast?

2 Leysir



Gasleysir er í meginatriðum samsettur úr magnara og endaspeglum sem eru aðskildir með vegalengdina L og mynda ljóshol. Magnarinn er gasfyllt rör og honum er komið fyrir í ljósholinu. Rafstraum er hleypt í gegnum gasið líkt og í flúrljósaperu og örvuð atómin geta þá magnað ljósgeisla sem passar við orkustigin í gasinu. Speglarnir sjá um að beina því ljósi sem úr magnaranum kemur inn í hann aftur til frekari mögnunar.

(a) Hvaða tíðnir eru mögulegar á stæðu bylgjunum (*e. standing waves*) í ljósholinu. Gefið svarið sem fall af lengd ljósholsins L og ljóshraða c.

Í eftirfarandi liðum má gera ráð fyrir að $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s.

(b) Gerum ráð fyrir að leysirinn sveiflist með tíðnina $f_0 = 5 \cdot 10^{14}$ Hz. Hvert er númer yfirtónsins ef lengd ljósholsins er $L = 1,5$ m?

(c) Gerum nú ráð fyrir að magnarinn örvi sveiflur á tíðnibilinu $f_0 \pm \Delta f$ þar sem f_0 er eins og áður og $\Delta f = 1 \cdot 10^9$ Hz. Hversu marga tóna fáum við í ljósholinu ef lengd þess er enn $L = 1,5$ m?

(d) Hver má lengdin á ljósholinu mest vera þannig að við fáum einungis einn tón við þær aðstæður sem tilgreindar eru í (c)?

3 Bíll á láði og legi

(a) Hver er kraftur vegna ytri loftþrýstings á 1 m^2 bílhurð á bíl sem stendur á bryggju? Þrýstingur við sjávarmál er 100 kPa.

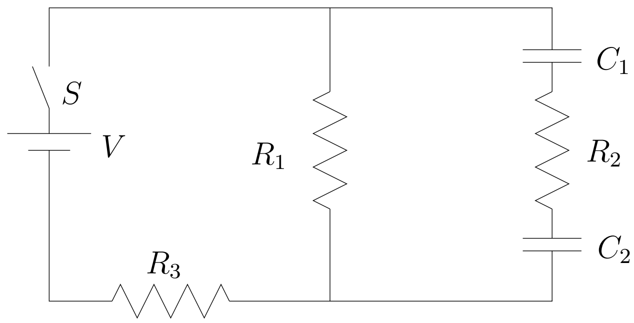
(b) Hvers vegna er hægt að opna bílhurðina með handafli?

Bíllinn fellur nú í sjóinn fram af bryggjunni og endar á 10 m dýpi.

(c) Látum nú sívalning með lengd L, grunnflatarmál A og sama eðlismassa og vatn fljóta lóðrétt í vatnsyfirborðinu. Rissið upp kraftana sem verka á sívalninginn og finnið jöfnu sem lýsir þrýstingnum í vatninu sem falli af dýpi.

(d) Hver er nú heildar krafturinn sem verkar á bílhurðina? Eðlismassi vatns er 1 g/cm^3 og þyngdarhröðunin $g = 10$ m/s^2. Við gerum ráð fyrir að bíllinn sé alveg vatnsheldur.

4 Rafrás



Í rásinni hér að ofan er $V = 6,00$ V, $R_1 = 20,0\ \Omega$, $R_2 = 30,0\ \Omega$, $R_3 = 10,0\ \Omega$, $C_1 = 4,00\ \mu$F og $C_2 = 2,00\ \mu$F. Í upphafi eru þéttarnir í rásinni óhlaðnir.

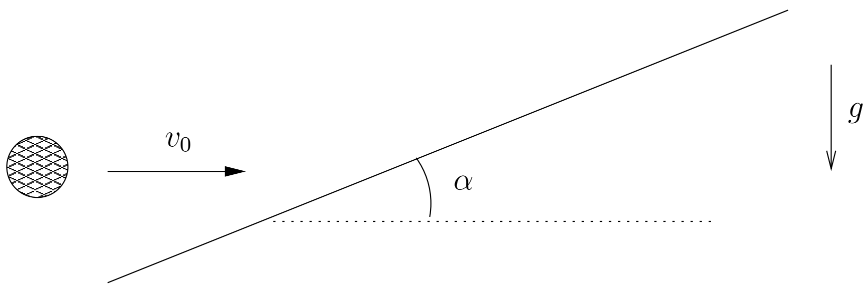
(a) Finnið strauminn í sérhverju viðnámi strax eftir að rofanum S er lokað.

Þéttunum er nú leyft að fullhlaðast.

(b) Finnið nú strauminn í sérhverju viðnámi.

(c) Hver er hleðslan á hvorum þétti fyrir sig?

5 Bolti á skábraut



Bolta er kastað á skábraut sem myndar hornið α við lárétt eins og sýnt er hér að ofan. Rétt áður en boltinn lendir á skábrautinni hefur hann hraðann v_0 og stefna hans er alveg lárétt. Gerum nú ráð fyrir að allir árekstrar við brautina séu alfjaðrandi, brautin hreyfist ekki, loftmótstaða sé hverfandi og núningur milli brautar og bolta sé enginn.

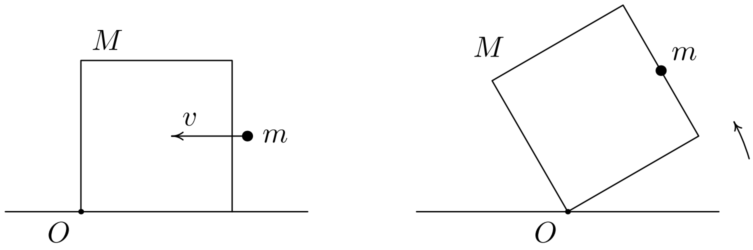
(a) Hversu oft skoppar boltinn á brautinni áður en hann fer að fara niður hana aftur?

(b) Hversu langt kemst hann upp eftir brautinni?

6 Ferningur

Ferningur hefur hliðarlengd a og jafndreifðan massa M. Hann stendur á yfirborði jarðar þar sem þyngdarhröðunin er g. Vitað er að ferningurinn er fastur við jörðina í hornpunktinum O (sjá eftirfarandi myndir). Ferningurinn getur því snúist um þennan punkt, en getur að öðru leyti ekkert færst til. Jafnframt er vitað að hverfitregða ferningsins um þennan punkt er I.

Nú skjótum við punktmassa m á ferninginn þannig að hraði punktmassans rétt fyrir áreksturinn sé v, í lárétta stefnu að ferningnum, og þannig að punktmassinn festist við ferninginn í hæðinni $a/2$ frá yfirborði jarðar. Eftirfarandi myndir sýna hvernig þetta lítur út fyrir árekstur annars vegar og eftir árekstur hins vegar.



(a) Í hvaða fjarlægð frá miðju ferningsins verður massamiðja kerfisins (þ.e. ferningsins og punktmassans) eftir áreksturinn? (Skrifið svarið sem fall af stærðunum a, m og M.)

(b) Hver verður hverfitregða kerfisins um punktinn O eftir áreksturinn? (Skrifið svarið sem fall af stærðunum m, a og I.)

Okkur til þægninda skulum við það sem eftir er dæmisins tákna fjarlægðina sem þið áttuð að finna í (a)-lið með x og tákna hverfitregðuna sem þið áttuð að finna í (b)-lið með $\widetilde{I}$.

(c) Hver verður hornhraði kerfisins rétt eftir áreksturinn? (Skrifið svarið sem fall af stærðunum m, a, v og $\widetilde{I}$.) [Gleymið ekki varðveislu hverfiþungans. Athugið síðan að hér gæti verið hentugt að nota formúluna $\cos(\arctan x) = 1/\sqrt{1+x^2}$ til þess að einfalda niðurstöður.]

(d) Hver þarf hornhraði kerfisins rétt eftir áreksturinn að vera í minnsta lagi til þess að kerfið „velti um koll", þ.e. fari ekki aftur niður í upphafsstöðu? (Skrifið svarið sem fall af stærðunum m, a, g, x, M og $\widetilde{I}$.) [Hér gæti kósínusreglan gamalkunna, $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\cos A$, komið að góðum notum.]