Landskeppni í eðlisfræði 2011

Úrslitakeppni

Laugardaginn 19. mars 2011, kl. 09:00 - 12:00

> Leyfileg hjálpargögn: Reiknivél sem geymir ekki texta.
>
> Keppnin samanstendur af 5 dæmum sem eru öll í nokkrum liðum. Athugaðu hvort þú hafir fengið öll dæmin.
>
> Öll dæmin 5 vega jafnt og ekki verður dregið frá fyrir röng svör.
>
> Skrifaðu lausnir þínar snyrtilega á lausnablöð sem þú færð afhent og merktu þau vel.
>
> Góður frágangur hefur jákvæð áhrif!

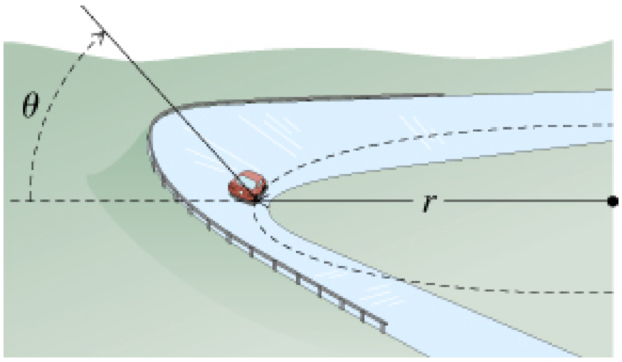
Tafla yfir þekkta fasta

Nafn	Tákn	Gildi
Hraði ljóss í tómarúmi	c	$3,00 \cdot 10^8$ m/s
Þyngdarhröðun jarðar	g	$9,82$ m/s^2
Massi rafeindar	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31}$ kg
Rafsvörunarstuðull tómarúms	ε_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m
Grunnhleðslan	e	$1,602 \cdot 10^{-19}$ C
Þyngdarfastinn	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ m^3/(kg·s^2)
Radíus Sólar	$R_\odot$	$6,955 \cdot 10^8$ m
Massi Sólar	$M_\odot$	$1,99 \cdot 10^{30}$ kg
Massi Jarðar	M_j	$5,97 \cdot 10^{24}$ kg
Stjarnfræðieining	$1\ AU$	$1,50 \cdot 10^{11}$ m

Dæmi

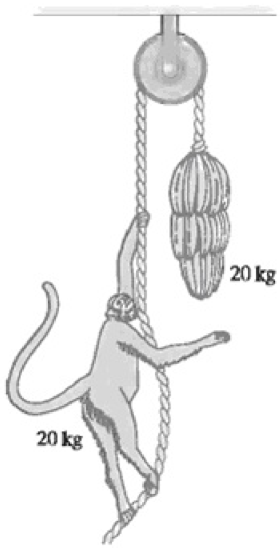
Dæmi 1

a)



Bílinn á myndinni keyrir með hraða v í gegnum hallandi begyju (þetta gerist á móður Jörð). Vegurinn hallar með horni θ miðað við lárétt og beygjan myndar fullkominn hring með radíus r. Ef enginn núningur er á milli bíls og vegar í beygjunni, hversu stórt þarf hornið θ að vera til þess að bíllinn haldist á veginum?

b)



20 kg api hangir í bandi sem fer yfir núningslausa trissu og í hinum endanum á bandinu hangir 20 kg banana-knippi. Apinn sér bananana og byrjar að klifra upp til að ná þeim. Lyftast bananarnir upp, haldast þeir kyrrir eða fara þeir niður?

c)

Hvernig breytist fjarlægðin á milli apans og banananna þegar hann byrjar að klifra? (Við gerum ráð fyrir að bandið sé mjög langt og massi apans breytist ekki)

d)

Apinn sleppir núna bandinu. Hvernig breytist fjarlægðin á milli apans og banananna?

Dæmi 2

Varmaskjöldur

Höfum Stefan-Boltzmann lögmálið:

$$\dot{Q}_{\text{geislun}} = \epsilon\sigma T^4 \quad [W/m^2]$$

þar sem $\dot{Q}_{\text{geislun}}$ er varmageislun á tímaeiningu (afl) á flatarmálseiningu frá hlut með hitastigið T. Ef hlutur er svartur er geislunarstuðullinn $\epsilon = 1$ en annars tekur ϵ gildi frá 0 og upp í 1. σ er Stefan-Boltzmann fastinn. Hinsvegar ef hlutur endurkastar ljósi má skrifa formúluna fyrir afl endurkastsins á flatarmálseiningu:

$$\dot{Q}_{\text{endurkast}} = (1-\epsilon)\sigma T^4 \quad [W/m^2]$$

a)

Tvvær svartar plötur með sama flatarmál eru settar hlið við hlið (svona eins og tvöfalt gler) þar sem önnur hefur hefur fast hitastig T_h og hin T_v. Sýndu að varmaflæðið gegnum plöturnar tvær á flatarmálseiningu sé (varmaflæðið er magn þess varma sem flyst á milli platnanna á tímaeiningu):

$$J = \sigma(T_h^4 - T_v^4)$$

(Ábending: Þetta er bara smá upphitunarliður og vegur lítið en hann er vissulega jafn einfaldur og hann hljómar.)

b)

Annarri svartri plötu er bætt við milli hinna tveggja, látum hana hafa hitastigið T_m þegar kerfið nær jafnvægi. Sýndu að varmaflæðið J helmingast. Ath. ystu tvær plöturnar hafa enn sama hitastig.

c)

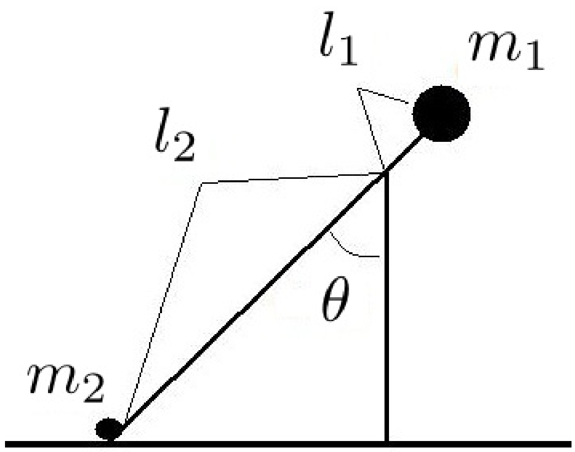
Hvernig lítur formúlan fyrir varmaflæðið J út ef N svörtum plötum er bætt á milli platnanna tveggja með hitastig T_h og T_v. Hér mun ágiskun á svarið án allra útreikninga gefa afar fá stig.

d)

Nú höfum við sömu aðstæður og í **b.)** nema að miðjuplatan með hitastig T_m er **ekki** svört. Hún hefur $\epsilon = a$ og endurkaststuðulinn $r = (1-a)$. Finndu formúlu fyrir varmaflæðinu J og ritið m.t.t. σ, r, T_h, T_v og ef til vill einhverra fastra talna.

Dæmi 3

Kalli krossfari bjó til einfalda slöngvu til þess að brjóta niður borgarmúra. Slöngvan notar mótvægi til þess að skjóta steinum. Uppdrátt af slöngvunni í upphafsstöðu má sjá á næstu mynd. Í upphafi er slöngvan kyrr með $\theta = \pi/4$. Stöngin og festingin fyir steininn eru massalaus, slöngvan er þannig gerð að þegar $\theta = 3\pi/4$ losnar steinninn úr festingum sínum og fer að fljúga eftir venjulegum kastferli.



a)

Finndu snúningsvægi kerfisins um snúningsásinn sem fall af θ.

b)

Hve langa vegalengd, sem fall af m_1, m_2, l_1 og l_2, kastar slöngvan steini með massa m_2? (Gerum ráð fyrir að steinninn endi í sömu lóðréttu hæð og hann var í þegar hann losnaði úr slöngvunni)

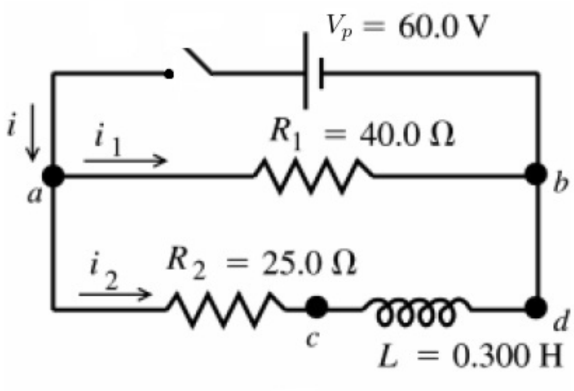
c)

Gerum ráð fyrir að

$$\frac{l_1}{l_2} = 4.$$

Fyrir gefinn massa m_1, hvaða massi m_2 hámarkar hreyfiorku steinsins þegar honum er sleppt?

Dæmi 4



Myndin sýnir rafrás með tveimur viðnámum, spólu og rafhlöðu með pólspennuna $V_p = 60.0$ V. Spóla er íhlutur í rafrás sem tregðast gegn straumbreytingu og spenna yfir spólu í rafrás er $V_L = L\frac{di_2}{dt}$ þar sem i_2 er straumurinn í gegnum spóluna. Á tímanum $t = 0$ lokast rofinn vinstra megin við rafhlöðuna. Rétt eftir að rofanum er lokað, leysið næstu tvo liði.

a)

Hver er þá spennumunurinn V_{ab} yfir viðnámið R_1 og hvor punkturinn, a eða b, er við hærri spennu? Reiknaðu líka i_1.

b)

Hver er þá spennumunurinn V_{cd} yfir spóluna L og hvor punkturinn, c eða d, er við hærri spennu?

Nú er rofinn látin vera lokaður í langan tíma og svo opnaður (rásin rofin). Rétt eftir að rofinn er opnaður, leysið næstu tvo liði.

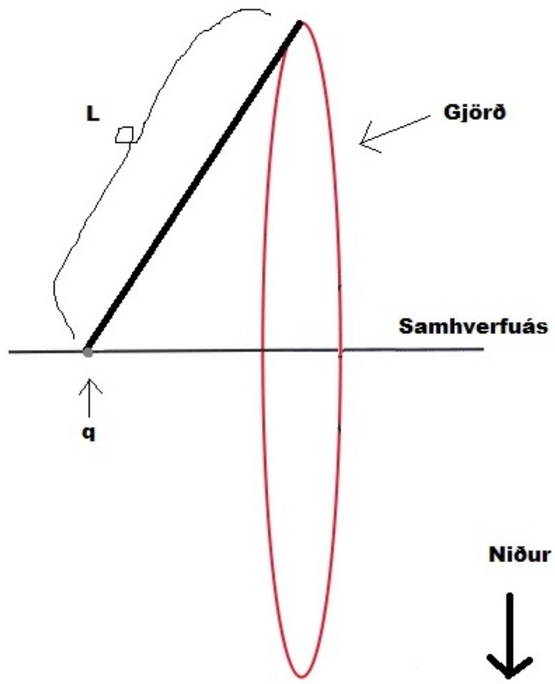
c)

Hver er spennumunurinn V_{ab} yfir viðnámið R_1 og hvor punkturinn, a eða b, er við hærri spennu?

d)

Hver er spennumunurinn V_{cd} yfir spóluna L og hvor punkturinn, c eða d, er við hærri spennu? Reiknaðu líka i_2.

Dæmi 5



Lítið hlaðin kúla með massa m og hleðslu q hangir úr massalausu og einangrandi bandi úr hæsta punkti á gjörð. Þetta gerist við yfirborð jarðar. Gjörðin hangir úr einangrandi bandið lóðrétt í þyngdarsviði. Gjörðin er hringlaga og hefur radíus R. Á gjörðinni sem er úr mjóum leiðandi vír er jafndreifð hleðsla Q sem hefur sama formerki og q.

Lengd bandsins er þannig að kúlan liggur á samhverfuás gjarðarinnar. Samhverfuásinn er sá ás sem er hornréttur á plan gjarðarinnar og sker í gegnum miðpunkt hennar.

Finndu lengd bandsins L, sem fall af uppgefnum stærðum.